

An unsere Leser!

Es ist uns eine besondere Freude, mit vorliegendem Heft die Zeitschrift „Der Stahlbau“ wieder in verstärktem Umfange herausgeben zu können, ohne daß der Abonnementpreis erhöht wird. Wir sind dadurch in der angenehmen Lage, der Weiterentwicklung des Stahlbaues durch unsere Veröffentlichungen noch schneller und besser zu dienen als bisher. Hierzu erbitten wir die weitere Hilfe aller Leser, Autoren und Förderer, denen wir zugleich für ihre bisherige Unterstützung beim Wiederaufbau der Zeitschrift „Der Stahlbau“ bestens danken.

Schriftleitung

Verlag

Systematische Darstellung des Biege- und Verdrehvorganges unter besonderer Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion *).

Von Dr.-Ing. F. W. Bornscheuer, Gustavsburg.

A. Einleitung.

Viele Stahlbau-Ingenieure werden, wenn sie erstmalig eine Aufgabe aus dem Gebiet der Wölbkrafttorsion und der Randgebiete lösen sollen, sich nur schwer in der vorhandenen Literatur zurechtfinden und meist resigniert ihr Vorhaben aufgeben. Besonders die Ermittlung der sogenannten Einheitsverwölbung und der hieraus abgeleiteten Querschnittskenngößen bereitet Schwierigkeiten. In dieser Arbeit soll deshalb versucht werden, die mit der Wölbkrafttorsion zusammenhängenden Probleme so darzustellen, daß die engen inneren und äußeren Verwandtschaften zu der bestens bekannten technischen Balkenbiegetheorie zum Ausdruck kommen. Dies wird einerseits dadurch erreicht, daß die Querschnittsverformungen sowohl infolge Verdrehung als auch infolge Verbiegung in ähnlicher Weise durch Normieren entwickelt werden. Andererseits gestattet die Einführung einer übersichtlichen und leicht einprägsamen Darstellungsweise der verschiedenen Querschnittskenngößen ein fast schematisches Aufschreiben der Differentialgleichungen sowie der Spannungsformeln. Besonders Vorzeichenfehler und das sonst ständige Verwechseln der Koordinaten werden hierdurch auf ein Mindestmaß beschränkt. Um die Ableitung der für die praktische Rechnung allein benötigten Formeln mit ihren Voraussetzungen übersehen zu können, werden alle Zwischenrechnungen dargestellt.

Alle Ableitungen erfolgen für gerade prismatische Stäbe mit dünnwandigen offenen oder geschlossenen Querschnitten sowie für kombiniert offen-geschlossene Querschnitte. Für geschlossene Querschnitte sind die Ableitungen für die Wölbkraftanteile nur für Näherungsrechnungen brauchbar, da hier die genauen Verhältnisse, wie W. Flüge und K. Marguerre¹⁾ gezeigt haben, sehr kompliziert sind und in jedem Einzelfall sehr umfangreiche Rechnungen erfordern. Glücklicherweise spielt die Wölbkrafttorsion bei geschlossenen Querschnitten nur eine untergeordnete Rolle, so daß eine Abschätzung ausreicht oder ihre Berechnung unterbleiben kann. Unentbehrlich sind hingegen die Ableitungen der Wölbkraftanteile bei kombiniert offen-geschlossenen Querschnitten, da die offenen Anteile oft erhebliche Spannungen bekommen können. Hier braucht man die Beziehungen für die geschlossenen Anteile, um einmal Anschlußwerte der Wölbkoordinaten für die offenen Anteile zu erhalten und zum zweiten, um den Vorteil der systematischen Berechnungsmethode nicht aufgeben zu müssen. Wegen der geringen absoluten Größe der mit den geschlossenen Anteilen verbundenen Wölbkoordinaten wirken sich die diesen Anteilen anhaftenden Fehler nur ganz geringfügig aus.

^{*)} Auszugsweise vorgetragen am 21. Januar 1950 im Kolloquium des Lehrstuhles für Statik, Stahlbrücken- und Stahlhochbau der Technischen Hochschule Darmstadt. Ein Zahlenbeispiel wird demnächst im „Stahlbau“ veröffentlicht.

¹⁾ W. Flüge und K. Marguerre. Wölbkräfte in dünnwandigen Profilstäben. Ing. Archiv, XVIII. Bd. (1950), S. 23.

Gekrümmte Träger und in Längsrichtung veränderliche Querschnitte können grundsätzlich in ähnlicher Weise behandelt werden, worauf aber im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden soll.

In den folgenden Abschnitten werden entsprechend der Reihenfolge der praktischen Rechnung zunächst die Grundkoordinaten des Biege- und des Verdrehvorganges sowie die Querschnittskenngößen ermittelt. Durch einmaliges oder zweimaliges Normieren erhält man die wichtigen Einheits- und Hauptkoordinaten. Aus den Gleichgewichtsbedingungen am Stabelement lassen sich die Differentialgleichungen angeben, aus denen die Verformungen eindeutig bestimmbar sind. Bei der Berechnung der Normal- und Schubspannungen werden zur Vereinfachung nur die dem Hauptsystem zugehörigen Formeln abgeleitet.

B. Biege- und Wölbgrundkoordinaten²⁾ und zugehörige Querschnittskenngößen.

a) Offene Profile.

Nachfolgend betrachten wir die Querschnittsverformungen beim Verbiegen und Verdrehen eines prismatischen, geraden Stabes mit beliebigem, dünnwandigem Querschnitt nach den Grundsätzen der technischen Balkenbiege- und Verdrehtheorie.

Bei reiner Biegebeanspruchung erhält man mit der Bernoullischen Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte beim Biegevorgang einfache Beziehungen für die Formänderungen. Bei reiner Verdrehbeanspruchung von Stäben mit allgemeinem, dünnwandigem Querschnitt wölben sich die Ausgangsquerschnitte aus ihrer Ebene heraus. Die Endpunkte der Verwölbungen der Profil-Mittellinie liegen stets auf einer räumlich gekrümmten Kurve (ausgenommen bei den sogenannten wölbfreien Profilen, die sich bei der freien Verdrehung überhaupt nicht verwölben).

Bei einem auf Biegung und Verdrehung beanspruchten Stab können die Querschnittsverformungen in zwei Verbiegeanteile bezüglich zweier beliebiger, aber rechtwinklig zueinander stehender Biegerichtungen y und z und in einen Verdrehanteil, bezogen auf eine beliebige Drehachse D , die parallel zu den Erzeugenden des Stabes liegen muß, zerlegt werden. Die Richtung der Erzeugenden ist hierbei durch die x -Achse bestimmt. Die beiden Verbiegeanteile Y und Z in (cm) können mit Rücksicht auf die ebenbleibenden Querschnitte als lineare Funktionen der Biegerichtungen y und z dargestellt werden.

$$Y = C_1(x) \cdot (y + y_0) \quad [\text{cm}], \quad \dots \dots \dots (B1)$$

$$Z = C_2(x) \cdot (z + z_0) \quad [\text{cm}], \quad \dots \dots \dots (B2)$$

Die Verdrehkomponente W in (cm) kann analog folgendermaßen angeschrieben werden:

²⁾ Im folgenden bezieht sich die Bezeichnung „Wölb“ stets auf die Verwölbung beim Verdrehvorgang. Die Verwölbungen infolge der Querkkräfte werden nicht berücksichtigt, da sie im allgemeinen vernachlässigbar klein sind.